

Barem clasa a V-a

(OLM 2017-etapa locală)

Subiectul I. (7 puncte)

- a) $u(x^2)=9 \Rightarrow u(x^2-y-z)=9-3-3=3$ (2 puncte)
- b) $3+[(13+23+\dots+93)-33]+[(103+113+123+\dots+193)-113-133]=$ (2 puncte)
 $=3+[10(1+2+\dots+9)+9\cdot3-33]+[10\cdot100+10(0+1+2+\dots+9)+10\cdot3-113-133]$
 $=3+(450+27-33)+(1000+450+30-113-133)=1681$ (1 punct)
- c) Ultima cifră a oricărui pătrat perfect $\in \{0,1,4,5,6,9\}$, iar $u(x)=3, \forall x \in M$. (2 puncte)

Subiectul II. (7 puncte)

- Numerele $2 \cdot x$ și $6 \cdot x + 4$ sunt numere pare, (1 punct)
- Numerele $2 \cdot x + 1$, $2 \cdot x - 1$ sunt numere impare, (1 punct)
- Deci $2 \cdot x = 5 \cdot x + 6$, de unde însă $x \notin \mathbf{N}$, sau $6 \cdot x + 4 = 5 \cdot x + 6$, de unde $x = 2$. (1 punct)
- a) $a = (1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 10 \cdot 11 \cdot 12) + (11 \cdot 12 \cdot 13 + 12 \cdot 13 \cdot 14 + \dots + 20 \cdot 21 \cdot 22 + \dots + (91 \cdot 92 \cdot 93 + \dots + 97 \cdot 98 \cdot 99))$. (1 punct)
- În fiecare din cele 10 paranteze suma numerelor are ultima cifră 0. Deci, ultima cifră a numărului a este 0 și astfel $10/a$. (1 punct)
- Apoi, termenii numărului a sunt produse de câte 3 numere naturale consecutive, și atunci se divid cu 3. (1 punct)
- În final $3/a$ și $10/a$, $(3,10)=1 \Rightarrow 30/a$. (1 punct)

Subiectul III. (7 puncte)

- Observăm că ultimul element din mulțimea M_n are forma $n(n+1)-1$ (2 puncte)
- Ultimul element al mulțimii M_{29} este $29 \cdot 30 - 1 = 869$ (2 puncte)
- Deci primul element din mulțimea M_{30} este 871 (1 punct)
- Ultimul element al mulțimii M_{30} este $30 \cdot 31 - 1 = 929$ (1 punct)
- $S = 871 + 873 + \dots + 929 = 27000$ (1 punct)

Subiectul IV. (7 puncte)

- Fie A,B,C,D,E sumele de bani pe care le au cei cinci copii
- Atunci $A+B+C+D=73$ lei, $A+B+C+E=100$ lei, (1 punct)
- $A+B+D+E=110$ lei, $A+C+D+E=125$ lei, $B+C+D+E=x$ lei (2 puncte)
- Adunând cele 5 relații $\Rightarrow 4(A+B+C+D+E)=408+x \Rightarrow x: 4 \Rightarrow x=100$ (2 puncte)
- $(A+B+C+D+E)=127$ lei (1 punct)
- $A=27$ lei, $B=2$ lei, $C=17$ lei, $D=27$ lei, $E=54$ lei (1 punct)
- Diferența de bani este de 46 lei (1 punct)